

第七讲 抽屉原理

姓名：_____ 班级：_____

【课前导读】

如果让你把 4 个苹果放入 3 个抽屉，肯定有一个抽屉里放了 2 个或 2 个以上的苹果，又如：有 7 只鸽子飞进了 5 个鸽巢中，至少会有 2 只或 2 只以上的鸽子飞进来一个鸽巢里，多么简单的一种现象，但却蕴含着有名的“抽屉原理”因为最先由德国数学家狄利克雷提出来，所以有人称他为狄利克雷原理。抽屉原理涵盖了平均分析、极端操作等数学思想。

抽屉原理：把 m 个苹果放入 n 个抽屉（ m 大于 n ），结果有两种可能：

如果 $m \div n$ 没有余数，那么一定有抽屉至少放了 $m \div n$ 个苹果；

如果 $m \div n$ 有余数，那么一定有抽屉至少放了 $m \div n$ 的商加 1 个苹果。

【自学探究】

1.把 10 个苹果放进 9 个抽屉，每个抽屉有（ ）个苹果。

如果把 96 个苹果放入 8 个抽屉，那么一定有抽屉至少放了（ ）个苹果。

2.如果把 97 个苹果放入 8 个抽屉，那么一定有抽屉至少放了（ ）个苹果。

3.如果把 98 个苹果放入 8 个抽屉，那么一定有抽屉至少放了（ ）个苹果。你是怎样想的？与你的同桌进行交流。

7.1 抽屉原理

例题 1 “草原风情旅行团”一共有 13 名 63 岁以上的老人，问：

“在这 13 人中至少有 2 人或 2 人以上的老人在同一个月过生日，这是为什么？”我们厂有 369 名年轻工人，他们中至少有 2 人或 2 人以上在同一天过生日，这又是为什么？

例题 2 在一条长 50 米的小路一边栽 28 棵树，小路的两段各种了一棵树，不管怎样植，其中至少有某相邻两棵树之间的距离不会超过 2 米，这是为什么？

例题 3 (1) 口袋里四种颜色的球，每个颜色足够多，一次至少要取几个球，才能保证其中一定有两个颜色相同？

(2) 口袋里有四种颜色的球，每种颜色足够多，一次至少要取几个球，才能保证其中一定有四个颜色相同？

例题 4 大头把一副围棋子混装在一个盒子中（围棋有黑、白两种颜色），然后每次从盒中摸出 4 枚棋子，那么他至少要闭眼摸几次，才能保证其中有三次摸出棋子的颜色情况是相同的？（不必考虑每次摸出的 4 枚棋子的顺序）

例题 5 将下图 3 行 7 列的方格纸的每格染成红色、黄色或绿色，要求每列的三个方格所染的颜色互不相同，请说明不管怎么染，至少有两列染色方式是一样的。

练习一

1. 如果把 85 个苹果放入 8 个抽屉，那么一定有抽屉至少放了（ ）个苹果。
2. 箱子里有 12 种形状不同的积木，每种都足够多，一次至少要取（ ）个，才能保证其中一定有三个形状相同？

3. 一个布袋里有 7 种不同颜色的彩球，每种颜色的彩球都有很多，那么至少要拿出多少个彩球，才能保证其中有 6 个相同颜色的彩球？

4、在 100 米长的小路一边栽 26 棵树，必定有两棵树的距离不超过 4 米，为什么？

5、爷爷给小明买一盒糖果，这些糖果分为苹果味，橘子味和菠萝味三种，每种口味各 30 颗。小明特别喜欢吃苹果味，他闭着眼睛，至少需要摸出（ ）颗糖，才能保证一定能拿到 1 颗苹果味。

7.2 最不利原则

例题 6 一个布袋里有大小相同、颜色不同的一些木球，其中红色的有 10 个，黄色的有 8 个，蓝色的有 3 个，绿色的有 1 个。现在闭着眼睛从中摸球，请问：

(1) 至少要取出多少个球，才能保证取出的球至少有 3 种颜色？

(2) 至少要取出多少个球，才能保证其中必有红球和黄球？

例题 7 将 1 只白袜子、2 只黑袜子、3 只红袜子、8 只黄袜子和 9 只绿袜子放入一个布袋里，请问：

(1) 一次至少要摸出多少只袜子才能保证一定有颜色相同的两只袜子？（两只颜色相同即为一双）

(2) 一次至少要摸出多少只袜子才能保证一定有颜色不同的两双袜子?

例题 8 1 至 30 这 30 个自然数中, 至少取出多少个数, 才能保证其中一定有两个数的和等于 31? 至少取出多少个数, 才能保证其中一定有两个数的差等于 3?

例题 9 一副扑克牌, 其中有 2 张王牌, 还有黑桃、梅花、红桃和方块 4 种花色的牌各 13 张。现在要从中随意取出一些牌, 如果要保证在取出来的牌中至少包含三种花色, 并且这三种花色的牌至少有 3 张, 那么最少要取出多少张牌?

练习二

1、在 1 至 20 这 20 个自然数中，至少取出（ ）个数，才能保证其中一定有两个数的和等于 21？至少取出（ ）个数，才能保证其中一定有两个数的差等于 5。

2、能否在 4 行 4 列的方格表的每个空格中分别填上 1、2、3 这三个数之一，而使大正方形的每行、每列及对角线上的各个数之和互不相同。

3、任意写一个由数字 1、2、3 组成的十一位数，从这个十一位数中任意截取相邻两位，可得一个两位数。请证明：在从各个不同位置上截取得到的所有两位数中，至少有两个相等。

4、袋子里有白袜子、黑袜子、红袜子各 10 只，现在闭着眼睛从袋子里摸袜子，请问：至少摸出多少只袜子才能保证一定有颜色不同的两双袜子？（两只袜子颜色相同即为一双）

5、将一副扑克牌（54 张）正面朝下的铺放在桌面上，如果让你随手摸取，至少摸多少张，才能确保摸到 5 张同一花色的扑克牌？

6、口袋中装有 4 种不同颜色的珠子，每种都是 100 个。要想保证从袋中摸出 3 种不同颜色的球子，并且每种至少 10 个，那么至少要摸出多少个珠子？